

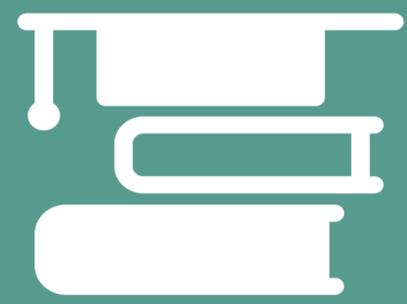
nachhelfer.org

Integralrechnung

Stammfunktion bilden
unbestimmte Integrale lösen

Video Q1-B03





nachhelfer.org

Wie werde ich besser in Mathe?

Kostenloses Webinar
hier anmelden:

<https://nachhelfer.org/besser-in-mathe>



*Stop wishing
Start doing*

Stammfunktion

Jede differenzierbare Funktion F , für die gilt

$$F'(x) = f(x)$$

Wird als Stammfunktion von f bezeichnet.

Unbestimmtes Integral

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Die Menge aller Stammfunktionen einer Funktion f heißt unbestimmtes Integral.

Potenzregel der Integralrechnung

$$f(x) = x^n \quad \longrightarrow \quad F(x) = \frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1} + C$$

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1} + C$$

$$n \neq -1$$

Beispiel:

$$f(x) = x^6 \quad \longrightarrow \quad F(x) = \frac{1}{7}x^7 + C$$

$$f(x) = x^6 \quad \longrightarrow \quad F(x) = \frac{x^7}{7} + C$$

$$\int x^6 dx = \frac{1}{7}x^7 + C$$

Faktorregel der Integralrechnung

$$\int a \cdot x^n dx = a \cdot \int x^n dx = a \cdot F(x) + C$$

Kombination aus Potenz und Faktorregel:

$$f(x) = a \cdot x^n \quad \longrightarrow \quad F(x) = \frac{a}{n+1} \cdot x^{n+1} + C$$

$n \neq -1$

Beispiel:

$$f(x) = 3x^4 \quad \longrightarrow \quad F(x) = \frac{3}{5}x^5 + C$$

$$f(x) = 3x^4 \quad \longrightarrow \quad F(x) = 3 \cdot \frac{x^5}{5} + C$$

$$\int 3x^4 dx = 3 \cdot \int x^4 dx = 3 \cdot \frac{1}{5}x^5 + C = \frac{3}{5}x^5 + C$$

Summenregel der Integralrechnung

$$\int f(x)dx + \int g(x)dx = \int f(x) + g(x)dx$$

Beispiel:

$$f(x) = 5x^3 + 6x^4 \longrightarrow F(x) = \frac{5}{4}x^4 + \frac{6}{5}x^5 + C$$

$$f(x) = 5x^3 + 6x^4 \longrightarrow F(x) = 5 \cdot \frac{1}{4}x^4 + 6 \cdot \frac{1}{5}x^5 + C$$

$$\int (5x^3 + 6x^4) dx = \int 5x^3 dx + \int 6x^4 dx =$$

$$5 \cdot \int x^3 dx + 6 \cdot \int x^4 dx = 5 \cdot \frac{1}{4}x^4 + 6 \cdot \frac{1}{5}x^5 + C$$

$$= \frac{5}{4}x^4 + \frac{6}{5}x^5 + C$$

Bestimme eine Stammfunktion zu den folgenden Funktionen.

a) $f(x) = x^2$ $F(x) = \frac{1}{3}x^3$

b) $f(x) = 4x^3$ $F(x) = \frac{4}{4}x^4 = x^4$

c) $f(x) = 3x$ $F(x) = \frac{3}{2}x^2$

d) $f(x) = 8$ $F(x) = 8x$

Bestimme eine Stammfunktion zu den folgenden Funktionen.

$$\text{a) } f(x) = -3x^3 + x \quad F(x) = -\frac{3}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{2}{3}x^5 \quad F(x) = \frac{2}{3} \cdot \frac{x^6}{6} = \frac{1}{9}x^6$$

$$\begin{aligned} \text{c) } f(x) = x^2 + 4x + 2 \quad F(x) &= \frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{2}x^2 + 2x \\ &= \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 2x \end{aligned}$$

$$\text{d) } f(x) = 3x + 4t \quad F(x) = \frac{3}{2}x^2 + 4t \cdot x$$

Löse die unbestimmten Integrale.

$$\text{a) } \int 6x \, dx = \frac{6}{2}x^2 + C = 3x^2 + C$$

$$\text{b) } \int (3x^2 + 4) \, dx = \frac{3}{3}x^3 + 4x + C = x^3 + 4x + C$$

$$\text{c) } \int (6t^4 - t) \, dt = \frac{6}{5}t^5 - \frac{1}{2}t^2 + C$$

Löse die unbestimmten Integrale.

$$\text{a) } \int 5ax^2 dx = \frac{5}{3}ax^3 + C$$

$$\text{b) } \int (5ax^2) da = \int (5x^2 \cdot a) da = 5x^2 \cdot \frac{1}{2}a^2 + C = \frac{5}{2}x^2a^2 + C$$

$$\text{c) } \int (5) dt = 5t$$

$$\text{d) } \int (5at^2) dx = 5at^2x$$

$$\text{e) } \int (5ax^2) dt = 5ax^2t$$