

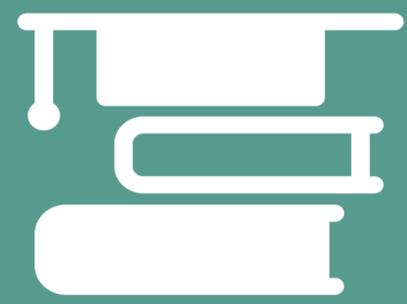
nachhelfer.org

Integralrechnung

Das Anfangswertproblem

Video Q1-B08





nachhelfer.org

Wie werde ich besser in Mathe?

Kostenloses Webinar
hier anmelden:

<https://nachhelfer.org/besser-in-mathe>



*Stop wishing
Start doing*

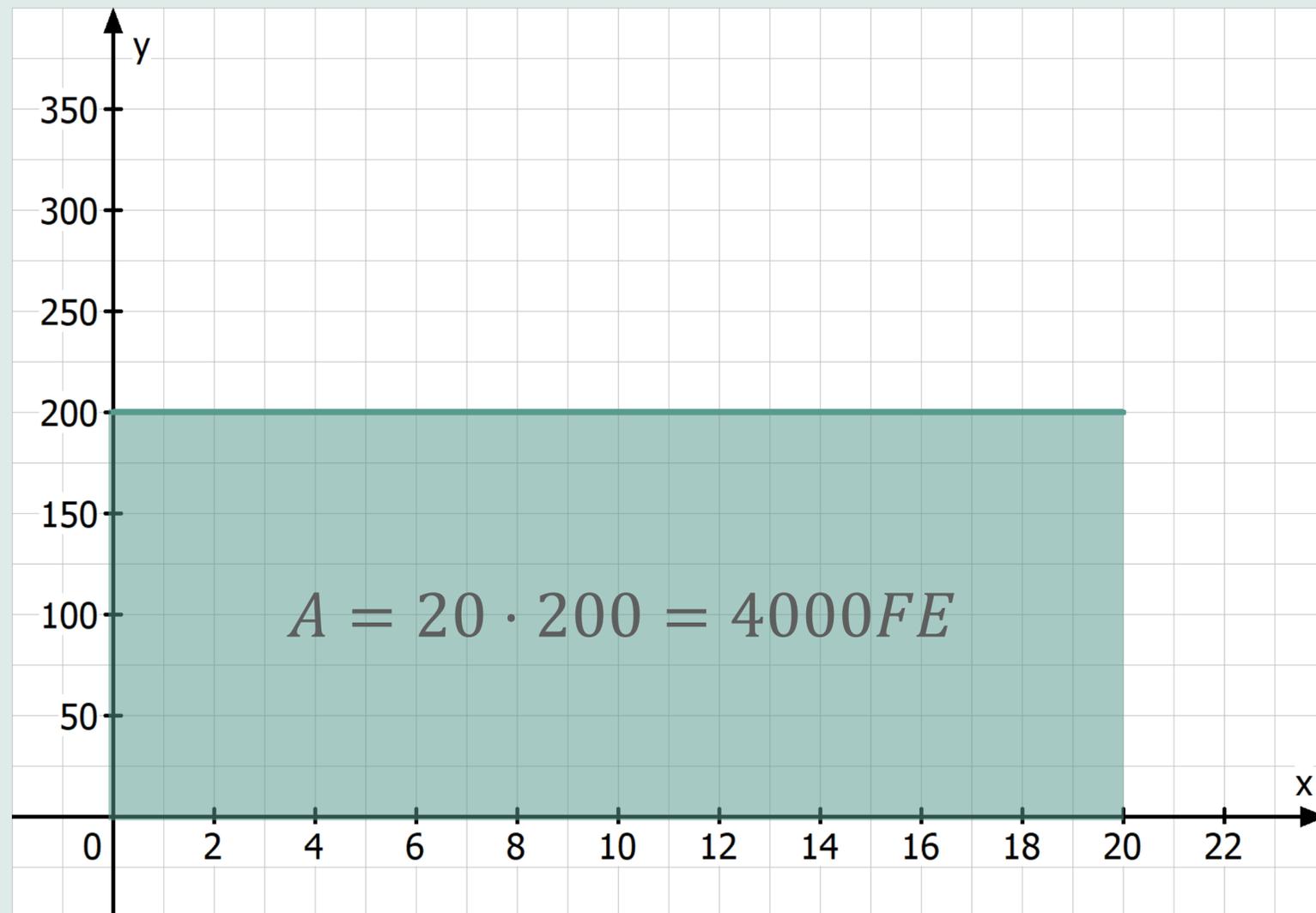
Ein privater Swimmingpool wird 20 Minuten lang mit Wasser befüllt. Aus dem Zuflussrohr fließen pro Minute 200 Liter Wasser.

Funktion, welche die Zuflussrate beschreibt: $f(x) = 200$

x \longrightarrow Zeit in Minuten

$f(x)$ \longrightarrow Zuflussrate in $\frac{l}{min}$

Zugeflossene Wassermenge: $\int_0^{20} 200 dx = [200x]_0^{20} = F(20) - F(0) = 200 \cdot 20 - 200 \cdot 0 = 4000$



Können wir nun sagen, dass sich im Pool nach 20 Minuten 4000 Liter Wasser befinden?

Nein! Wir wissen nicht, wie viel Wasser vorher schon im Pool war!

Funktion, welche die Zuflussrate beschreibt: $f(x) = 200$

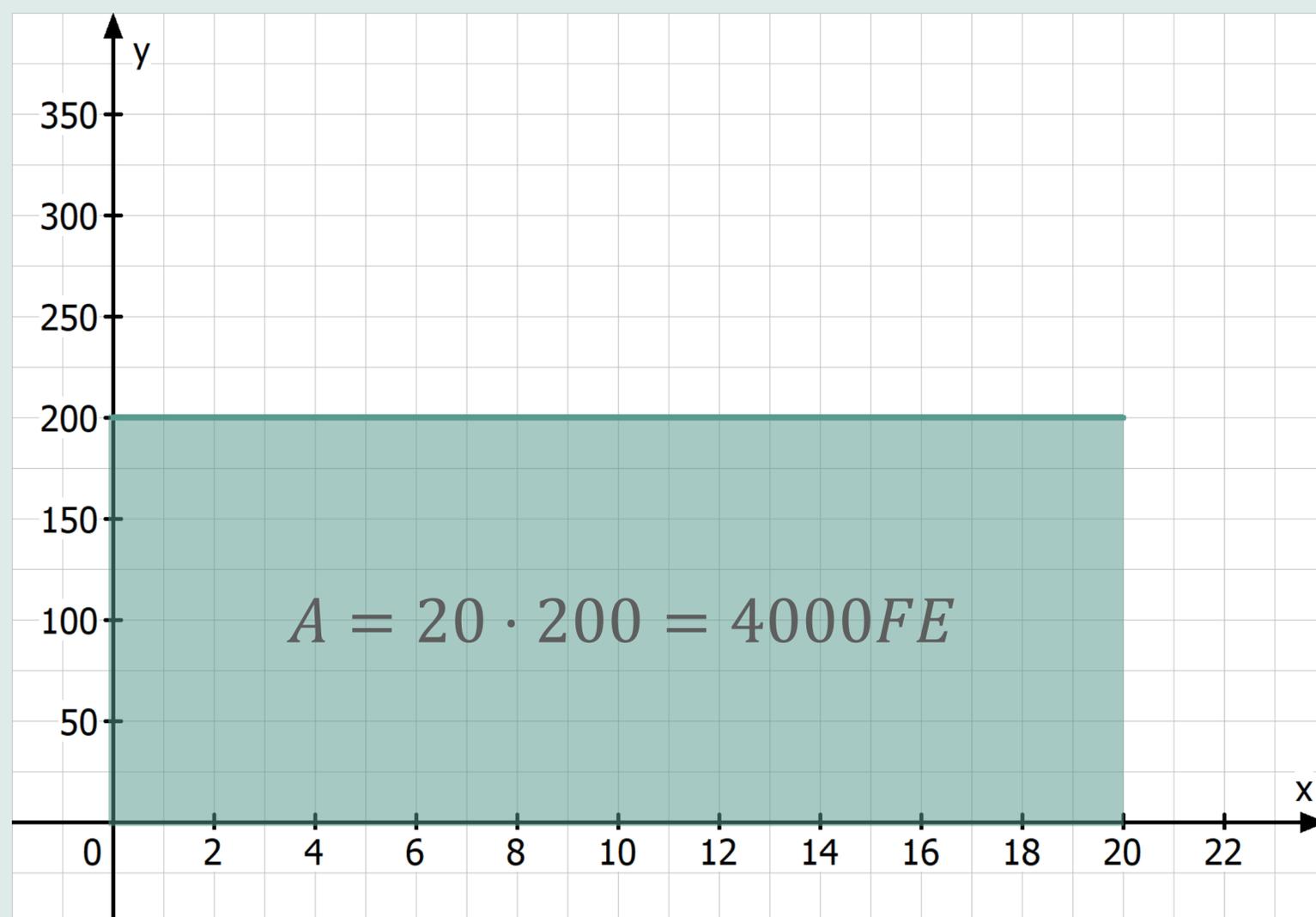
Funktion, welche die Wassermenge im Pool beschreibt: $F(x) = 200x + C$

Wassermenge nach 20 Minuten: $F(20) = 200 \cdot 20 + C = 4000 + C$



Ohne weitere Information können wir nur die Änderung des Bestands berechnen!

Wir können keine Aussage über den Bestand treffen!



Ein privater Swimmingpool wird mit Wasser befüllt. Aus dem Zuflussrohr fließen pro Minute 200 Liter Wasser. Nach 20 Minuten befinden sich $6m^3$ Wasser im Pool. Wie viel Liter Wasser waren vor der Befüllung im Pool?

$$6m^3 = 6000dm^3 = 6000l$$

Funktion, welche die Zuflussrate beschreibt: $f(x) = 200$

Funktion, welche die Wassermenge im Pool beschreibt: $F(x) = 200x + C$

6000 Liter nach 20 Minuten $\longrightarrow P(20|6000)$

Wir suchen eine Stammfunktion $F(x)$, auf der der Punkt P liegt:

$$F(x) = 200x + C$$

Punkt P einsetzen:

$$6000 = 200 \cdot 20 + C$$

$$6000 = 4000 + C \quad | - 4000$$

$$C = 2000$$

Funktion, welche die Wassermenge im Pool beschreibt:

$$F(x) = 200x + 2000$$

$$F(0) = 200 \cdot 0 + 2000 = 2000$$

$$1m^3 = 1000l$$
$$1dm^3 = 1l$$

Welche Stammfunktion von $f(x) = \frac{3}{2}x^2 + 4x - \frac{15}{2}$ hat eine Nullstelle bei $x = 3$?

Stammfunktion bilden: $F_C(x) = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3}x^3 + 4 \cdot \frac{1}{2}x^2 - \frac{15}{2} \cdot x + C$

$$F_C(x) = \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - \frac{15}{2}x + C$$

Nullstelle bei $x = 3$ \implies $N(3|0)$

Einsetzen in $F(x)$: $\implies 0 = \frac{1}{2} \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 - \frac{15}{2} \cdot 3 + C$

$$0 = 9 + C \quad | -9$$

$$C = -9$$

Gesuchte Stammfunktion: $F_{-9}(x) = \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - \frac{15}{2}x - 9$